

Ion TUDOR

# matematică

## algebră, geometrie

- Modalități de lucru diferențiate
- Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

## Caiet de lucru

**Partea I**

**6**

Ediția a IX-a

Editura Paralela 45

## Cuprins

TESTE DE EVALUARE INIȚIALĂ .....	5
----------------------------------	---

### ALGEBRĂ

#### CAPITOLUL I. MULȚIMI. MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE

Lecția 1. Mulțimi. Descriere, notații, reprezentări; mulțimi numerice, mulțimi nenumerice; relația dintre un element și o mulțime .....	8
Lecția 2. Relații între mulțimi .....	13
Lecția 3. Mulțimi finite, cardinalul unei mulțimi finite, mulțimi infinite, mulțimea numerelor naturale .....	16
Lecția 4. Operații cu mulțimi .....	21
Teste de evaluare sumativă .....	25
Fișă pentru portofoliul elevului .....	27
Lecția 5. Descompunerea numerelor naturale în produs de puteri de numere prime .....	28
Lecția 6. Cel mai mare divizor comun a două sau mai multor numere naturale .....	31
Lecția 7. Numere naturale prime între ele .....	34
Lecția 8. Cel mai mic multiplu comun a două sau mai multor numere naturale .....	37
Lecția 9. Proprietăți ale relației de divizibilitate în $\mathbb{N}$ .....	41
Teste de evaluare sumativă .....	44
Fișă pentru portofoliul elevului .....	46
Model de test pentru Evaluarea Națională .....	48

#### CAPITOLUL II. RAPOARTE. PROPORȚII

Lecția 10. Rapoarte .....	50
Lecția 11. Proporții. Proprietatea fundamentală a proporțiilor .....	54
Lecția 12. Determinarea unui termen necunoscut dintr-o proporție .....	58
Lecția 13. Proporții derivate cu aceiași termeni. Proporții derivate cu alți termeni .....	62
Lecția 14. Șir de rapoarte egale .....	67
Lecția 15. Procente .....	70
Teste de evaluare sumativă .....	74
Fișă pentru portofoliul elevului .....	76
Lecția 16. Mărimi direct proporționale .....	78
Lecția 17. Mărimi invers proporționale .....	81
Lecția 18. Regula de trei simplă .....	85
Lecția 19. Elemente de organizare a datelor .....	89
Lecția 20. Probabilități .....	94
Teste de evaluare sumativă .....	98
Fișă pentru portofoliul elevului .....	101
Model de test pentru Evaluarea Națională .....	103

### GEOMETRIE

#### CAPITOLUL I. NOȚIUNI GEOMETRICE FUNDAMENTALE

Lecția 1. Unghiuri adiacente .....	105
Lecția 2. Bisectoarea unui unghi. Construcția bisectoarei unui unghi .....	109
Lecția 3. Unghiuri complementare, unghiuri suplementare .....	113
Lecția 4. Unghiuri opuse la vârf .....	115

Lecția 5. Unghiuri în jurul unui punct.....	119
<i>Teste de evaluare sumativă</i> .....	122
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i> .....	125
Lecția 6. Unghiuri formate de două drepte cu o secantă.....	127
Lecția 7. Drepte paralele.....	130
Lecția 8. Unghiuri formate de două drepte paralele cu o secantă.....	134
<i>Teste de evaluare sumativă</i> .....	138
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i> .....	141
Lecția 9. Drepte perpendiculare în plan. Oblice.....	143
Lecția 10. Distanța de la un punct la o dreaptă.....	146
Lecția 11. Mediatoarea unui segment. Construcția mediatoarei unui segment.....	150
Lecția 12. Simetria față de o dreaptă.....	154
<i>Teste de evaluare sumativă</i> .....	157
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i> .....	160
Lecția 13. Cercul.....	161
Lecția 14. Pozițiile relative ale unei drepte față de un cerc.....	165
Lecția 15. Pozițiile relative a două cercuri.....	169
<i>Teste de evaluare sumativă</i> .....	173
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i> .....	175
<i>Model de test pentru Evaluarea Națională</i> .....	177
<b>MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA CUNOȘTINTELOR</b> .....	179
<b>INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI</b> .....	183

## Teste de evaluare inițială

### Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Încercuți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

- (0,5p) 1. Produsul numerelor naturale 75 și 24 este egal cu:  
A. 1980;      B. 1800;      C. 1880;      D. 1900.
- (0,5p) 2. Cel mai mic număr natural de patru cifre diferite divizibil cu 5 este:  
A. 1025;      B. 1235;      C. 1230;      D. 1205.
- (0,5p) 3. Media aritmetică a numerelor naturale 71 și 92 este egală cu:  
A. 83,2;      B. 86;      C. 87;      D. 81,5.
- (0,5p) 4. Scriind sub formă de fracție ordinară ireductibilă 56%, obținem:  
A.  $\frac{25}{16}$ ;      B.  $\frac{16}{75}$ ;      C.  $\frac{14}{25}$ ;      D.  $\frac{28}{50}$ .
- (0,5p) 5. Dacă numărul natural  $\overline{546x}$  are cifrele diferite și este divizibil cu 2, atunci cifra  $x$  poate fi:  
A. 2 sau 8;      B. 2, 4 sau 6;      C. 0, 2 sau 8;      D. 4 sau 6.
- (0,5p) 6. Frația  $\frac{9}{3^n}$  este echiunitară pentru  $n$  egal cu:  
A. 1;      B. 2;      C. 3;      D. 4.
- (0,5p) 7. Calculând  $\frac{5}{8}$  din 72 kg, obținem:  
A. 50 kg;      B. 24 kg;      C. 36 kg;      D. 45 kg.
- (0,5p) 8. Capacitatea în litri a unui rezervor în formă de cub cu muchia de 1 m este egală cu:  
A. 1000 l;      B. 200 l;      C. 500 l;      D. 3000 l.
- (0,5p) 9. Perimetrul triunghiului cu lungimile laturilor de 3,5 m, 5,9 m, respectiv 4,6 m este egal cu:  
A. 13,8 m;      B. 20 m;      C. 14 m;      D. 12,5 m.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvări complete:

- (0,7p) 1. Calculați:  $10 \cdot (701 - 2^5 \cdot 3^3 : 72)$ .
- (0,8p) 2. a) Transformați fracțiile zecimale  $x = 1,75$ ,  $y = 2,(6)$  și  $z = 1,3(8)$  în fracții ordinare ireductibile.
- (0,8p) b) Rotunjiți la a treia zecimală numărul rațional pozitiv  $f = (x + z - y) : 0,(3)$ .
3. Se consideră un dreptunghi de lungime  $L$  și lățime  $l$ , care are aria egală cu  $98 \text{ cm}^2$  și  $L = 2l$ .
- (0,8p) a) Calculați lățimea dreptunghiului.
- (0,7p) b) Calculați lungimea dreptunghiului.
- (0,7p) c) Calculați perimetrul dreptunghiului.

# ALGEBRĂ

## Capitolul I

### MULȚIMI. MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE

**Lecția 1. Mulțimi. Descriere, notații, reprezentări; mulțimi numerice, mulțimi nenumerice; relația dintre un element și o mulțime**



#### Citesc și rețin

**Mulțimea** este o colecție de obiecte diferite, având **aceeași** proprietate. Obiectele din mulțime se numesc **elementele mulțimii**.

Mulțimile se notează cu **litere mari**, iar elementele mulțimilor se notează cu **litere mici**, cifre, numere etc.

Elementele unei mulțimi se scriu între paranteze acolade, despărțite prin virgulă, într-o ordine oarecare.

Într-o mulțime un element este scris **o singură dată**.

Dacă  $A$  este o mulțime și  $a$ , un element al său, atunci notăm  $a \in A$  și citim „elementul  $a$  **aparține** mulțimii  $A$ ”.

Dacă  $a$  nu este un element al mulțimii  $A$ , atunci notăm  $a \notin A$  și citim „elementul  $a$  **nu aparține** mulțimii  $A$ ”.

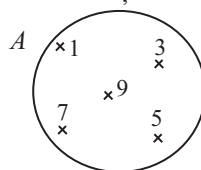
O mulțime poate fi reprezentată în mai multe moduri:

1. prin enumerarea fiecărui element al mulțimii scris între paranteze acolade;

*Exemplu:*  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ . Citim: „Mulțimea  $A$  este formată din elementele 1, 3, 5, 7 și 9”.

2. prin enumerarea tuturor elementelor mulțimii scrise în interiorul unei linii curbe închise numite diagramă;

*Exemplu:*



3. enunțând o proprietate caracteristică a elementelor mulțimii.

*Exemplu:*  $A = \{x \mid x \text{ este cifră impară}\}$ . Citim: „Mulțimea  $A$  este formată din elementele  $x$  cu proprietatea că  $x$  este cifră impară”.



#### Cum se aplică?

1. Scrieți mulțimea divizorilor numărului natural 20, notând-o cu litera  $A$ .

**Soluție:**

Mulțimea divizorilor numărului natural 20 este:  $A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ .



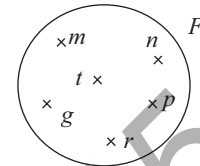


14. Se consideră mulțimea  $D = \{1, 3, 5, 8, 9\}$ . Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a)  $1 \in D$ ;       b)  $3 \in D$ ;       c)  $5 \notin D$ ;       d)  $7 \notin D$ ;   
 e)  $9 \in D$ ;       f)  $2 \notin D$ ;       g)  $8 \notin D$ ;       h)  $5 \in D$ .

15. Folosind diagrama alăturată completați caseta cu simbolul corespunzător „ $\in$ ” sau „ $\notin$ ”.

- a)  $l$    $F$ ;      b)  $g$    $F$ ;      c)  $r$    $F$ ;  
 d)  $t$    $F$ ;      e)  $h$    $F$ ;      f)  $m$    $F$ .



### Exerciții și probleme de dificultate redusă

16. Enumerați elementele mulțimii  $E = \{\overline{ab} \mid \overline{ab}$  este număr natural pătrat perfect,  $a \neq 0\}$ .

17. Enumerați elementele mulțimii:

- a)  $A = \{n \mid 2^n < 37, n \text{ este număr natural}\}$ ;  
 b)  $B = \{n \mid 3^n \leq 81, n \text{ este număr natural}\}$ .

18. Enumerați elementele mulțimii  $E = \{\overline{ab} \mid \overline{ab}$  este număr prim și  $\overline{ba}$  este număr prim,  $a \neq 0, b \neq 0\}$ .

19. Enumerați elementele mulțimii:

- a)  $A = \{a \mid a \text{ este cifră și } \overline{173a8} < \overline{17aa8}\}$ ; b)  $B = \{a \mid a \text{ este cifră și } \overline{51aa3} \geq \overline{51a63}\}$ .

20. Știind că  $n$  este număr natural, enumerați elementele mulțimii:

- a)  $D = \{n \mid 3^{n+1} \leq 9^4\}$ ;      b)  $E = \{n \mid 2^{n+4} < 8^3\}$ .

### Exerciții și probleme de dificultate medie

21. Se consideră mulțimea  $M = \{\overline{ab} \mid \overline{ab} = 4n + 3, \text{ unde } n \text{ este număr natural, } a \neq 0\}$ . Arătați că:

- a)  $31 \in M$ ;      b)  $47 \in M$ ;      c)  $63 \in M$ ;      d)  $75 \in M$ .

22. Se consideră mulțimea  $E = \{\overline{xyz} \mid \overline{xyz} = 10n + 9, \text{ unde } n \text{ este număr natural, } x \neq 0\}$ .

- a) Determinați cel mai mic element al mulțimii  $E$ .  
 b) Determinați cel mai mare element al mulțimii  $E$ .

23. Enumerați elementele mulțimii  $E = \{\overline{ab} \mid \overline{ab}$  este număr prim,  $a \neq 0$  și  $u(\overline{ab}^2) = b\}$ .

24. Se consideră mulțimea  $E = \{a \text{ este număr natural} \mid a < 4\}$ . Determinați mulțimile:

- a)  $A = \{x \mid x = 3a, a \in E\}$ ;      b)  $B = \{y \mid y = a^2, a \in E\}$ ;  
 c)  $C = \{z \mid z = 2a + 1, a \in E\}$ ;      d)  $D = \{t \mid t = a^3 + 2, a \in E\}$ .

25. Scrieți mulțimea  $A$ , folosind o proprietate a elementelor:

- a)  $A = \{142, 412, 124, 214, 222, 118\}$ ;      b)  $A = \{401, 221, 311, 131, 113, 203\}$ .

### Exerciții și probleme de dificultate avansată

26. Se consideră mulțimea  $A = \{0, 1, 2, \dots, n\}$ ,  $n \geq 3$ . Dacă  $a$  și  $b$  sunt două elemente de aceeași paritate ale mulțimii  $A$ , arătați că numărul  $\frac{a+b}{2}$  este element al mulțimii  $A$ .

27. Enumerați elementele mulțimilor:

a)  $A = \{\overline{xyz} \mid x \cdot z = y^2, x > z > 0\}$ ;      b)  $B = \{\overline{xyz} \mid x \cdot z = y^3, x \geq z > 0\}$ .

28. Arătați că suma elementelor mulțimii  $E = \left\{ \overline{ab} \mid \frac{\overline{ab}}{\overline{ba}} = \frac{7}{4}, a \neq 0, b \neq 0 \right\}$  este număr natural.

29. Se consideră mulțimea  $E = \{\overline{ab} \mid ab : (a-b)^3, a > b\}$ . Enumerați elementele mulțimii  $E$ .

30. Se consideră mulțimea  $A_n = \{2^0, 2^1, 2^2, \dots, 2^n\}$ , unde  $n$  este număr natural,  $n \geq 1$ . Arătați că oricum am alege două elemente din mulțimea  $A$ , suma sau diferența lor este divizibilă cu 3.

### Exerciții și probleme pentru olimpiada de matematică

31. Determinați mulțimea  $A = \{\overline{ab} \mid a, b \text{ sunt cifre nenule și } ab \text{ se divide cu } a+b\}$ .

(I. Tudor, *Gazeta Matematică* nr. 9/2024)

32. Se consideră mulțimile  $A_1 = \{1\}$ ,  $A_2 = \{2, 3\}$ ,  $A_3 = \{4, 5, 6\}$  etc. Determinați numărul minim de elemente ce trebuie șterse din mulțimea  $A_{41}$ , pentru ca suma elementelor rămase să fie pătrat perfect.



Ce notă merit?

### Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) 1. Enumerați elementele mulțimii  $A = \{x \mid x \text{ este literă a cuvântului „aritmetica”}\}$ .

(3p) 2. Enumerați elementele mulțimii  $D = \{n \mid n \text{ este număr natural și } 5^{n+2} \leq 125^3\}$ .

(3p) 3. Se consideră mulțimea  $E = \{\overline{ab} \mid \overline{ab} + ab = \overline{ba} + a + b, a \neq 0\}$ . Arătați că suma elementelor mulțimii  $E$  este divizibilă cu 10.

**26.** Se consideră numărul natural  $\overline{abcdef}$ ,  $a \neq 0$ ,  $d \neq 0$ . Știind că  $37 \mid \overline{abcdef}$ , arătați că  $37 \mid \overline{defabc}$ .

(I. Tudor, *Gazeta Matematică* nr. 3/2006)

**27.** Notăm cu  $S_i$  și  $S_p$  suma divizorilor improprii, respectiv suma divizorilor proprii ai numărului  $2^n$ , unde  $n \geq 2$  este număr natural. Arătați că  $3 \mid S_i$  dacă și numai dacă  $3 \mid S_p$ .

(I. Tudor, *Gazeta Matematică* nr. 6-7-8/2018)



### Ce notă merit?

#### Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (3p) **1.** Știind că  $7 \mid a$  și  $7 \mid b$ , arătați că  $7 \mid 8a + 9b$ , unde  $a$  și  $b$  sunt numere naturale.
- (3p) **2.** Se consideră numărul natural  $\overline{xyz}$ ,  $x \neq 0$ ,  $y \neq 0$ . Dacă  $4 \mid \overline{xyz}$ , arătați că  $4 \mid \overline{xyz} + \overline{yz}$ .
- (3p) **3.** Știind că  $\overline{a0b} : (a+b)$ , arătați că  $\overline{b0a} : (a+b)$ , unde  $a \neq 0$  și  $b \neq 0$ .

#### Teste de evaluare sumativă

##### Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

- (1p) **1.** Scriind numărul natural 40 ca produs de puteri de numere prime, obținem:  
A.  $2 \cdot 5^2$ ;      B.  $2^2 \cdot 5$ ;      C.  $2^3 \cdot 5$ ;      D.  $2 \cdot 5^3$ .
- (1p) **2.** Cel mai mare divizor comun al numerelor naturale 28 și 42 este egal cu:  
A. 21;      B. 6;      C. 7;      D. 14.
- (1p) **3.** Cel mai mic multiplu comun al numerelor naturale 18 și 45 este egal cu:  
A. 108;      B. 90;      C. 72;      D. 100.
- (1p) **4.** Dintre următoarele mulțimi, cea care are elementele numere naturale prime între ele este:  
A.  $\{49, 64\}$ ;      B.  $\{30, 51\}$ ;      C.  $\{28, 62\}$ ;      D.  $\{20, 75\}$ .
- (1p) **5.** Cel mai mic număr de pagini ale unei cărți care pot fi citite și câte 36 pe zi, și câte 48 pe zi, este egal cu:  
A. 108;      B. 120;      C. 144;      D. 160.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvările complete:

- (1p) **1.** Determinați numerele naturale  $\overline{ab}$ ,  $a \neq 0$ , cu proprietatea  $(\overline{ab}; 60) = 12$ .
- (1p) **2.** Determinați numărul natural  $n$  pentru care  $[2^n + 2^{n+4}; 2^{n+8} - 2^n] = 2040$ .
- (1p) **3.** Determinați numerele naturale  $m$  și  $n$  care îndeplinesc condițiile  $m \cdot n = 1944$  și  $[m; n] = 216$ .
- (1p) **4.** Știind că  $(a; b) = 1$ , arătați că  $(a; a+b) = 1$ , unde  $a$  și  $b$  sunt numere naturale.

## Capitolul II

# RAPOARTE. PROPORȚII

### Lecția 10. Rapoarte



#### Citesc și rețin

**Definiție:** Raportul numerelor raționale pozitive  $a$  și  $b$  este câtul  $a : b$ , notat  $\frac{a}{b}$ .

Numererele  $a$  și  $b$  se numesc **termenii raportului**.

*Exemplu:* Raportul numerelor 8 și 5 este  $\frac{8}{5}$ .

**Definiție:** Valoarea raportului  $\frac{a}{b}$  este câtul împărțirii  $a : b$ .

*Exemplu:* Valoarea raportului  $\frac{8}{5}$  este egală cu  $8 : 5 = 1,6$ .

#### Rapoarte utilizate în practică

##### Raport procentual

Un raport de forma  $\frac{p}{100}$ ,  $p \in \mathbb{Q}_+$ , notat  $p\%$ , se numește **raport procentual** ( $p\%$  se citește „ $p$  la sută”).

*Exemplu:*  $23\% = \frac{23}{100}$ .

##### Scara unei hărți

Scara unei hărți, notată cu  $S$ , este raportul dintre distanța dintre două puncte de pe hartă și distanța dintre cele două puncte din teren.

*Exemplu:* Fie  $A$  și  $B$  două localități situate la distanța de 10 km. Dacă pe hartă distanța  $AB$  este de 1 cm, determinați scara hărții.

$$S = \frac{1 \text{ cm}}{10 \text{ km}} = \frac{0,01 \text{ m}}{10000 \text{ m}} = \frac{1}{1000000}$$

##### Concentrația unei soluții

Concentrația unei soluții, notată cu  $C$ , este raportul dintre masa substanței care se dizolvă și masa soluției.

*Exemplu:* Într-un vas se află o soluție de sare cu apă. Dacă masa soluției este de 300 g, iar cea a sării este de 6 g, aflați concentrația soluției.

$$C = \frac{6 \text{ g}}{300 \text{ g}} = \frac{2}{100} = 2\%$$

##### Titlul unui aliaj

Titlul unui aliaj, notat cu  $T$ , este raportul dintre masa metalului prețios și masa aliajului.

*Exemplu:* Un aliaj de argint și aluminiu conține 16 g argint și 184 g aluminiu. Aflați titlul aliajului.

$$T = \frac{16 \text{ g}}{16 \text{ g} + 184 \text{ g}} = \frac{16 \text{ g}}{200 \text{ g}} = \frac{8}{100} = 8\%$$



4. Completați tabelul următor efectuând calculele mintal:

<b>Raportul</b>	$\frac{9}{2}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{6}{5}$
<b>Valoarea raportului</b>				

#### Exerciții și probleme de dificultate redusă

5. Determinați raportul lungimilor segmentelor  $AB$  și  $CD$ , știind că:
- a)  $AB = 54$  cm și  $CD = 3,6$  dm;      b)  $AB = 2,4$  dam și  $CD = 90$  m;  
 c)  $AB = 1,08$  hm și  $CD = 7200$  cm;      d)  $AB = 0,036$  km și  $CD = 540$  dm.
6. Aflați valorile următoarelor rapoarte:
- a)  $\frac{34}{25}$ ;      b)  $\frac{8}{3}$ ;      c)  $\frac{7}{6}$ ;      d)  $\frac{43}{12}$ .
7. Valoarea raportului  $\frac{x}{y}$  este egală cu 0,4. Determinați numărul rațional  $x$ , dacă:
- a)  $y = 10$ ;      b)  $y = 2,5$ ;      c)  $y = 1,2$ ;      d)  $y = 3,(3)$ .
8. Dacă  $\frac{a}{b} = 2,(6)$ , determinați numărul rațional pozitiv  $b$  în cazurile:
- a)  $a = 0,8$ ;      b)  $a = 1,(3)$ ;      c)  $a = 0,(6)$ ;      d)  $a = 3,2$ .
9. Determinați raportul lungimilor laturilor a două triunghiuri echilaterale, știind că raportul perimetrelor lor este egal cu:
- a)  $\frac{3}{2}$ ;      b)  $\frac{6}{7}$ ;      c)  $\frac{4}{9}$ ;      d)  $\frac{8}{5}$ .
10. Raportul lungimilor laturilor a două pătrate este egal cu  $\frac{4}{5}$ . Determinați:
- a) raportul perimetrelor celor două pătrate;      b) raportul ariilor celor două pătrate.
11. Scrieți următoarele rapoarte sub formă procentuală:
- a)  $\frac{13}{10}$ ;      b)  $\frac{16}{25}$ ;      c)  $\frac{27}{20}$ ;      d)  $\frac{3}{2}$ ;      e)  $\frac{1}{4}$ ;      f)  $\frac{6}{5}$ .

#### Exerciții și probleme de dificultate medie

12. Terenul de fotbal al unei școli are lățimea egală cu 45 m și perimetrul egal cu 240 m. Scrieți raportul dintre lungimea și lățimea terenului de fotbal.
13. Un dreptunghi are lungimea de 60 dm și aria de 27 m<sup>2</sup>. Aflați valoarea raportului dintre lățimea și lungimea dreptunghiului.
14. Determinați raportul dintre  $(x; y)$  și  $[x; y]$  în următoarele cazuri:
- a)  $x = 12$  și  $y = 18$ ;      b)  $x = 20$  și  $y = 24$ ;      c)  $x = 45$  și  $y = 60$ .
15. Distanța dintre orașele Cluj și Arad este de 270 km, iar pe hartă, distanța dintre cele două orașe este egală cu 27 cm. Aflați scara la care este realizată harta respectivă.
16. Într-un vas se află o soluție de sare cu apă. Știind că masa soluției este egală cu 240 g și conține 60 g de sare, calculați concentrația soluției.

17. Într-o cantitate de 500 g apă, Maria dizolvă 125 g zahăr. Calculați concentrația soluției preparate de Maria.

18. Un aliaj de argint și aluminiu conține 65 g argint și 435 g aluminiu. Calculați titlul aliajului.

### Exerciții și probleme de dificultate avansată

19. Determinați numerele naturale  $a$  și  $b$ , știind că raportul lor este egal cu  $\frac{3}{7}$ , iar suma lor este mai mică decât 37.

20. Determinați raportul  $\frac{\overline{ab}}{ba}$ ,  $a \neq 0$  și  $b \neq 0$ , știind că valoarea raportului  $\frac{a}{b}$  este o fracție zecimală periodică mixtă.

21. Determinați raportul numerelor  $p$  și  $q$  în următoarele cazuri:

a)  $p = 1 + 2 + 3 + \dots + 24$  și  $q = 1 + 2 + 3 + \dots + 50$ ;

b)  $p = 1 + 2 + 3 + \dots + 80$  și  $q = 1 + 2 + 3 + \dots + 99$ .

22. Determinați raportul numerelor  $m$  și  $n$  în următoarele cazuri:

a)  $m = 1 + 3 + 5 + \dots + 17$  și  $n = 1 + 3 + 5 + \dots + 29$ ;

b)  $m = 1 + 3 + 5 + \dots + 19$  și  $n = 1 + 3 + 5 + \dots + 23$ .

23. Arătați că pentru orice  $n \in \mathbb{N}$ , raportul numerelor  $p$  și  $q$  este constant:

a)  $p = 2^{n+2} - 2^n$  și  $q = 2^{n+4} - 2^n$ ;

b)  $p = 3^{n+2} - 3^n$  și  $q = 3^n + 3^{n+3}$ .

24. Rotunjiți la a patra zecimală valoarea raportului dintre cel mai mare număr natural de două cifre care are 3 divizori și cel mai mic număr natural de două cifre care are 8 divizori.

25. Se consideră numerele  $a = 1 + 2 + 3 + \dots + 48$  și  $b = 49 + 50 + 51 + \dots + 98$ . Rotunjiți la prima zecimală valoarea raportului numerelor naturale  $a$  și  $b$ .

### Exerciții și probleme pentru olimpiada de matematică

26. Determinați numărul natural  $\overline{ab}$ ,  $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$ , știind că valoarea raportului dintre suma și produsul cifrelor sale este egală cu 0,5.

27. Se consideră numerele  $a = 3^n + 3^{n+1}$  și  $b = 2^n + 2^{n+3}$ , unde  $n \in \mathbb{N}$ . Dacă  $\frac{a}{b} = 2,25$ , determinați numărul natural  $n$ .



### Ce notă merit?

### Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) 1. Scrieți raportul numerelor naturale:

a) 11 și 24;

b) 36 și 27.

(3p) 2. Rotunjiți la a doua zecimală valoarea raportului numerelor naturale (28; 42) și [28; 42].

(3p) 3. Se consideră numerele naturale  $p = 5^{n+3} - 5^{n+1}$  și  $q = 5^{n+2} + 5^{n+3}$ . Arătați că pentru orice  $n \in \mathbb{N}$ , raportul numerelor  $p$  și  $q$  este constant.

## Fișă pentru portofoliul elevului

Numele și prenumele:

Clasa a VI-a

Capitolul: Rapoarte. Proportii

Se acordă 10 puncte din oficiu.

**I. Dacă propoziția este adevărată, subliniați litera A, iar dacă propoziția este falsă, subliniați litera F.**

(7p) 1. Dacă 4 pâini costă 6 lei, atunci 6 pâini de același fel costă 9 lei. A F

(7p) 2. Într-o urnă sunt 4 bile albe și 5 bile negre. Se extrage o bilă. Probabilitatea ca bila extrasă să fie albă este egală cu  $\frac{4}{9}$ . A F

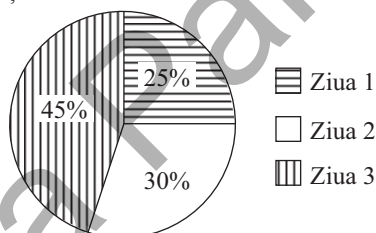
(7p) 3. Din tabelul următor rezultă că mărimile  $x$  și  $y$  sunt direct proporționale. A F

$x$	2	4	6
$y$	18	9	6

**II. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect.**

(7p) 1. Dacă numerele naturale  $a$ ,  $b$  și  $c$  sunt invers proporționale cu 13, 11, respectiv 17, atunci cel mai mare dintre ele este .....

(7p) 2. Pentru vizitarea unor obiective turistice, elevii clasei a VI-a B au parcurs cu un autocar distanța de 420 km în trei zile conform diagramei următoare.



Distanța parcursă în prima zi a fost egală cu .....

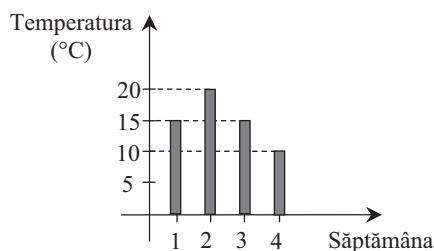
(7p) 3. Se consideră mulțimea  $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ . Alegând un element din mulțimea  $E$ , probabilitatea ca acesta să fie număr prim este egală cu .....

**III. Încercuți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.**

(8p) 1. Numerele  $x$ ,  $y$  și  $z$  sunt direct proporționale cu 1,(3), 1,75 și 2,(6). Știind că  $x + y - z = 5$ , numerele  $x$ ,  $y$  și  $z$  sunt egale cu:

A. 10, 12, 14; B. 16, 21, 32; C. 15, 20, 25; D. 14, 21, 28.

(8p) 2. În luna octombrie s-a măsurat și calculat temperatura medie săptămânală. Rezultatele obținute sunt reprezentate în graficul următor.



Valoarea temperaturii medii în luna octombrie a fost egală cu:

A.  $15^{\circ}\text{C}$ ;      B.  $16^{\circ}\text{C}$ ;      C.  $14^{\circ}\text{C}$ ;      D.  $18^{\circ}\text{C}$ .

- (8p) 3. Nouă pompe de aceeași capacitate golesc un rezervor plin cu apă în 4 ore.  
Câte pompe de aceeași capacitate golesc același rezervor în 6 ore?  
A. 4 pompe;      B. 5 pompe;      C. 6 pompe;      D. 8 pompe.

**La exercițiile IV. și V. scrieți pe fișă rezolvările complete.**

- IV. Alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre nenule,  
(8p) calculați probabilitatea ca acesta să fie mai mare decât răsturnatul său.



V. Unghiurile  $O_1$ ,  $O_2$ ,  $O_3$  și  $O_4$  sunt unghiuri în jurul punctului  $O$ .

- (8p) a) Determinați măsurile celor patru unghiuri, știind că sunt invers proporționale cu numerele 3,5, 2,(3), 1,75, respectiv 1,1(6).  
(8p) b) Determinați măsurile celor patru unghiuri, știind că sunt direct proporționale cu numerele 1,(6), 0,8(3), 1,25, respectiv 2,5.

